Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Septiembre-Diciembre 2011

Nombre: Javier Villa U

Carnet: 04-83897 Sección: 01

ojo

MA-3111-9:30 a.m.—Segundo Parcial, miércoles 07-12-11, 50%—A

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS. jhhvd buh

TABLA DE TRANSFORMADAS DE FOURIER; $a \in \mathbb{R}$, $c > 0$ y $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$
La expresión $1_{(-c,c)}(x)$ indica la función que vale 1 para $-c < x < c$ y 0 en otro caso.

$f(x)$	$\hat{f}(\omega)$
$f(x-a)$	$e^{-ia\omega}\hat{f}(\omega)$
$e^{iax}f(x)$	$\hat{f}(\omega - a)$
$f(ax)$	$(1/\|a\|)\hat{f}(\omega/a)$
$f_{gen}^{(n)}(x)$	$(i\omega)^n\hat{f}(\omega)$
$x^n f(x)$	$i^n \hat{f}_{gen}^{(n)}(\omega)$
$e^{-cx^2/2}$	$(1/\sqrt{2\pi c})e^{-\omega^2/2c}$

$1/(c^2+x^2)$	$(1/2c)e^{-c\|\omega\|}$
$e^{-c\|x\|}$	$c/[\pi(c^2+\omega^2)]$
$(\operatorname{sen} cx)/x$	$(1/2)1_{(-c,c)}(\omega)$
$1_{(-c,c)}(x)$	$(\operatorname{sen} c\omega)/\pi\omega$
1	$\delta(\omega)$
$\delta(x)$	$1/2\pi$
$f(x)g(x)$	$\hat{f} * \hat{g}(\omega)$

$\widehat{f * g} = 2\pi \hat{f} \cdot \hat{g}$

falta propiedad X

$\hat{f}(\omega) = (1/2\pi)\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x}dx$
$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega)e^{i\omega x}d\omega$
$\mathcal{F}(\alpha f(x) + \beta g(x)) = \alpha\hat{f}(\omega) + \beta\hat{g}(\omega)$
$(f,g) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\overline{g(x)}dx$
$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\overline{g(x)}dx = 2\pi\int_{-\infty}^{\infty}\hat{f}(\omega)\overline{\hat{g}(\omega)}\,d\omega$

1. (12 ptos.) Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función 4−periódica dada en el intervalo $-2 \le \theta \le 2$ por $f(\theta) = 2 - |\theta|$.
   (a) Calcular la serie de Fourier real de $f(\theta)$.
   (b) Usando la parte (a) calcule
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2}.$$

2. (15 ptos.) Halle la solución $u(x,y)$ al problema siguiente:
$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & 0 < x < \pi, \quad 0 < y < \pi, \\ u(x,0) = u(x,\pi) = 0, & 0 < x < \pi, \\ u_x(0,y) = 0, & 0 < y < \pi, \\ u(\pi, y) = 1 & \end{cases}$$

3. (13 ptos.) Halle la solución moderada (atemperada) $u(x,t)$ del problema
$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & -\infty < x < \infty, \quad t > 0 \\ u(x,0) = e^{-x^2} + 1 & \end{cases}$$

4. (10 ptos.) Calcule la transformada de Fourier de
$$f(x) = \frac{\cos x \operatorname{sen} x}{x}$$